

**Series HMJ/C****SET-4**कोड नं. **65(B)/C**  
Code No.रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 19 हैं ।	(I) Please check that this question paper contains 19 printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं ।	(III) Please check that this question paper contains 36 questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

**गणित** **(केवल नेत्रहीन परीक्षार्थियों के लिए)****MATHEMATICS****(FOR BLIND CANDIDATES ONLY)**

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

.65(B)/B

1

P.T.O.



## सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है — क, ख, ग एवं घ । इस प्रश्न-पत्र में **36** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) **खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **20** तक **20** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है ।
- (iii) **खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **26** तक **6** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **2** अंकों का है ।
- (iv) **खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **27** से **32** तक **6** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **4** अंकों का है ।
- (v) **खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **33** से **36** तक **4** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **6** अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले **तीन** प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले **दो** प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले **दो** प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले **दो** प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर दीजिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) कैल्कुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति **नहीं** है ।

### खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है । प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. यदि  $\begin{vmatrix} 3x & 3 \\ 13 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 8 & 5 \end{vmatrix}$  है, तो  $x$  का मान है

- (A) 3
- (B)  $\pm 5$
- (C) 25
- (D)  $\pm 1$



## General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** sections — A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. **All** questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Question numbers **1 to 20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Question numbers **21 to 26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Question numbers **27 to 32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Question numbers **33 to 36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in **3** questions of one mark, **2** questions of two marks, **2** questions of four marks and **2** questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

## SECTION A

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each. Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. If  $\begin{vmatrix} 3x & 3 \\ 13 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 8 & 5 \end{vmatrix}$ , then the value of x is

- (A) 3
- (B)  $\pm 5$
- (C) 25
- (D)  $\pm 1$



2.  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  के लिए, यदि  $A + A' = O$  है, तो  $\alpha$  का मान है

(A)  $\frac{\pi}{6}$

(B)  $\frac{\pi}{3}$

(C)  $\frac{\pi}{2}$

(D)  $\pi$

3.  $\tan^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right) - \cot^{-1} \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$  बराबर है

(A)  $\pi$

(B)  $\frac{\pi}{2}$

(C)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(D)  $-\frac{\pi}{2}$

4. यदि  $|\vec{a}| = 8$ ,  $|\vec{b}| = 3$  तथा  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12\sqrt{3}$  है, तो  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  का मान है

(A) 24

(B) 144

(C) 2

(D) 12



2. For  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ , if  $A + A' = O$ , then the value of  $\alpha$  is

(A)  $\frac{\pi}{6}$

(B)  $\frac{\pi}{3}$

(C)  $\frac{\pi}{2}$

(D)  $\pi$

3.  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$  is equal to

(A)  $\pi$

(B)  $\frac{\pi}{2}$

(C)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(D)  $-\frac{\pi}{2}$

4. If  $|\vec{a}| = 8$ ,  $|\vec{b}| = 3$  and  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12\sqrt{3}$ , then the value of  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  is

(A) 24

(B) 144

(C) 2

(D) 12



5.  $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + \sqrt{\cot x}} dx$  बराबर है

(A)  $\frac{\pi}{3}$

(B)  $\frac{\pi}{6}$

(C)  $\frac{\pi}{4}$

(D)  $\frac{\pi}{2}$

6. यदि एक रेखा  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष से क्रमशः  $\frac{\pi}{6}$  तथा  $\frac{\pi}{3}$  के कोण बनाती है, तो यह रेखा  $z$ -अक्ष से जो कोण बनाती है, वह है

(A)  $\frac{\pi}{2}$

(B) 0

(C)  $\frac{\pi}{4}$

(D)  $\frac{\pi}{3}$

7. रेखा  $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j}) + \lambda(\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k})$  की समतल

$\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) = 5$  से दूरी है

(A)  $\sqrt{2}$

(B)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(C)  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

(D)  $\frac{-2}{3\sqrt{2}}$



5.  $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + \sqrt{\cot x}} dx$  is equal to

(A)  $\frac{\pi}{3}$

(B)  $\frac{\pi}{6}$

(C)  $\frac{\pi}{4}$

(D)  $\frac{\pi}{2}$

6. If a line makes angle  $\frac{\pi}{6}$  and  $\frac{\pi}{3}$  with x-axis and y-axis respectively, then the angle made by the line with z-axis is

(A)  $\frac{\pi}{2}$

(B) 0

(C)  $\frac{\pi}{4}$

(D)  $\frac{\pi}{3}$

7. The distance of the line  $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j}) + \lambda(\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k})$  from the plane  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) = 5$  is

(A)  $\sqrt{2}$

(B)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(C)  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

(D)  $\frac{-2}{3\sqrt{2}}$



8. किसी रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सुसंगत क्षेत्र की सीमा के बिंदुओं (3, 4) तथा (5, 0) पर उद्देश्य फलन  $z = ax + by$ , जहाँ  $a, b > 0$  का अधिकतम मान समान आता है, तो

- (A)  $a = 2b$
- (B)  $2a = b$
- (C)  $2a = 3b$
- (D)  $3b = 2a$

9. ताश की अच्छी प्रकार से फेंटी गई गड्डी में से एक-एक करके, प्रतिस्थापना सहित, दो पत्ते निकाले गए। पहले पत्ते के बादशाह होने तथा दूसरे पत्ते के बेगम होने की प्रायिकता है

- (A)  $\frac{1}{13} + \frac{1}{13}$
- (B)  $\frac{1}{13} \times \frac{4}{51}$
- (C)  $\frac{4}{52} \times \frac{3}{51}$
- (D)  $\frac{1}{13} \times \frac{1}{13}$

10. यदि X एक यादृच्छिक चर है जिसका प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :

X	0	1	2
P(X)	k	4k	k

तो k का मान तथा बंटन का माध्य, क्रमशः हैं

- (A)  $\frac{1}{7}, 1$
- (B)  $\frac{1}{6}, 2$
- (C)  $\frac{1}{6}, 1$
- (D)  $1, \frac{1}{6}$





8. If the corner points (3, 4) and (5, 0) of the feasible region in an LPP, give the same maximum value for the objective function  $z = ax + by$ , where  $a, b > 0$ , then we have

- (A)  $a = 2b$
- (B)  $2a = b$
- (C)  $2a = 3b$
- (D)  $3b = 2a$

9. Two cards are drawn from a well-shuffled pack of playing cards one-by-one with replacement. The probability that the first card is a king and the second card is a queen is

- (A)  $\frac{1}{13} + \frac{1}{13}$
- (B)  $\frac{1}{13} \times \frac{4}{51}$
- (C)  $\frac{4}{52} \times \frac{3}{51}$
- (D)  $\frac{1}{13} \times \frac{1}{13}$

10. If X is a random variable with probability distribution as given below :

X	0	1	2
P(X)	k	4k	k

The value of k and the mean of the distribution respectively are

- (A)  $\frac{1}{7}, 1$
- (B)  $\frac{1}{6}, 2$
- (C)  $\frac{1}{6}, 1$
- (D)  $1, \frac{1}{6}$



प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के प्रश्नों में खाली स्थान भरिए । प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

11. माना एक संबंध  $R$ , समुच्चय  $N$  में इस प्रकार परिभाषित है कि  $R = \{(x, y) : 2x + 3y = 15, x, y \in N\}$ , तो  $R = \{\text{_____}, \text{_____}\}$ .

12. यदि  $A = \begin{bmatrix} 4x & 0 \\ 2x & 2x \end{bmatrix}$  तथा  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  है, तो  $x = \text{_____}$  ।

13. यदि फलन  $f(x) = \begin{cases} k \cos x, & \text{यदि } x \neq \frac{\pi}{2} \\ \pi - 2x, & \text{यदि } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  पर संतत है, तो  $k$  का मान है \_\_\_\_\_ ।

14. वक्र  $y = 2x^2 + 3 \sin x$  के  $x = 0$  पर खींचे गए अभिलंब की प्रवणता है \_\_\_\_\_ ।

अथवा

एक उत्पाद की  $x$  इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय (₹ में)

$R(x) = 3x^2 + 36x + 5$  से प्रदत्त है ।  $x = 12$  पर सीमांत आय है \_\_\_\_\_ ।

15. सदिश  $-2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  की दिशा में 9 इकाई परिमाण का एक सदिश है \_\_\_\_\_ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

16. यदि  $\begin{vmatrix} 5 & 3 & -1 \\ -7 & x & 2 \\ 9 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 0$  है, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए ।

17. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{(x+2)(x+2 \log x)^3}{x} dx$$



Fill in the blanks in question numbers 11 to 15. Each question is of 1 mark.

11. Let R be the relation defined in N, as

$$R = \{(x, y) : 2x + 3y = 15, x, y \in \mathbb{N}\}, \text{ then } R = \{ \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \}.$$

12. If  $A = \begin{bmatrix} 4x & 0 \\ 2x & 2x \end{bmatrix}$  and  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ , then  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. If the function  $f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 2, & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$  is continuous at

$x = \frac{\pi}{2}$ , then the value of k is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. The slope of the normal to the curve  $y = 2x^2 + 3 \sin x$  at  $x = 0$  is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

**OR**

The total revenue (in ₹) received from sale of x units of a product is  $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$ . The marginal revenue, when  $x = 12$  is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. A vector of magnitude 9 units in the direction of the vector  $-2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions. Each question is of 1 mark.

16. Find the value of x, if  $\begin{vmatrix} 5 & 3 & -1 \\ -7 & x & 2 \\ 9 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 0$ .

17. Find :

$$\int \frac{(x+2)(x+2 \log x)^3}{x} dx$$



18. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \log (\tan x) dx$$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

19. ज्ञात कीजिए :

$$\int x^2 \log x \cdot dx$$

20. निम्नलिखित अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = (1+x)(1+y)$$

अथवा

निम्नलिखित अवकल समीकरण के लिए समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x \quad (x \neq 0)$$

**खण्ड ख**

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं ।

21. दर्शाइए कि सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{R}$  में

$R = \{(a, b) : a \leq b\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  न तो स्वतुल्य है और न ही सममित है ।

अथवा

$\tan^{-1} [2 \cos (2 \sin^{-1} (\frac{1}{2}))]$  का मान ज्ञात कीजिए ।



18. Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \log (\tan x) dx$$

**OR**

Evaluate :

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

19. Find :

$$\int x^2 \log x \cdot dx$$

20. Find the general solution of the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = (1 + x) (1 + y)$$

**OR**

Find the integrating factor for the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x \quad (x \neq 0)$$

### SECTION B

*Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.*

21. Show that the relation  $R$  in the set  $\mathbb{R}$  of all real numbers, defined as  $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$  is neither reflexive nor symmetric.

**OR**

Find the value of  $\tan^{-1} [2 \cos (2 \sin^{-1} (\frac{1}{2}))]$ .



22. यदि  $\sin y = x \sin (a + y)$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin a}$ .

23. वक्र  $y = x^2 + 4x + 1$  के बिंदु  $(3, 22)$  पर स्पर्श-रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

24. यदि  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  एक समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाओं को निरूपित करते हैं, तो इस समांतर चतुर्भुज के विकर्ण के समांतर मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  है, तो  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  ज्ञात कीजिए ।

25. यदि रेखाएँ  $\frac{x-1}{-3} = \frac{2-y}{-2\lambda} = \frac{z-3}{2}$  तथा  $\frac{x-1}{3\lambda} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-7}$  परस्पर लंबवत् हैं, तो  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए ।

26. दो घटनाओं A तथा B के लिए, यदि  $P(A) = \frac{4}{10}$ ,  $P(B) = \frac{8}{10}$  तथा  $P(B | A) = \frac{6}{10}$  है, तो  $P(A \cup B)$  ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं ।

27. माना एक फलन  $f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{4x}{3x+4}$  द्वारा परिभाषित है ।

दर्शाइए कि f एक एकैकी फलन है । अतः फलन  $f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow$  परिसर f का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ।



22. If  $\sin y = x \sin (a + y)$ , then prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin a}$ .
23. Find the equation of tangent to the curve  $y = x^2 + 4x + 1$  at the point (3, 22).
24. If  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  represent two adjacent sides of a parallelogram, then find the unit vector parallel to the diagonal of the parallelogram.

**OR**

If  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ , then find  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ .

25. Find the value of  $\lambda$  so that the lines  $\frac{x-1}{-3} = \frac{2-y}{-2\lambda} = \frac{z-3}{2}$  and  $\frac{x-1}{3\lambda} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-7}$  are perpendicular to each other.
26. For two events A and B if  $P(A) = \frac{4}{10}$ ,  $P(B) = \frac{8}{10}$  and  $P(B | A) = \frac{6}{10}$ , then find  $P(A \cup B)$ .

### SECTION C

*Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.*

27. Let a function  $f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$  is defined as  $f(x) = \frac{4x}{3x+4}$ . Show that f is one-one function. Hence, find the inverse of the function  $f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow \text{Range of } f$ .



28. यदि  $y = \tan^{-1} \left( \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2} \right)$ ,  $-\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  तथा  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि  $y = (\tan^{-1} x)^2$  है, तो दर्शाइए कि  $(x^2 + 1)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} = 2$ .

29. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x}{(x-1)^2(x+2)} dx$$

30. निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x \cos \left( \frac{y}{x} \right) \frac{dy}{dx} = y \cos \left( \frac{y}{x} \right) + x$$

31. एक आहार-विज्ञानी दो प्रकार के भोज्यों को इस प्रकार मिलाना चाहता है कि मिश्रण में विटामिन A का घटक कम-से-कम 8 मात्रक और विटामिन C का घटक कम-से-कम 10 मात्रक हो । भोज्य I में 2 मात्रक विटामिन A प्रति kg और 1 मात्रक विटामिन C प्रति kg है, जबकि भोज्य II में 1 मात्रक विटामिन A प्रति kg और 2 मात्रक विटामिन C प्रति kg है । दिया गया है कि प्रति kg भोज्य I को खरीदने में ₹ 50 और प्रति kg भोज्य II को खरीदने में ₹ 70 लगते हैं । मिश्रण की इस लागत को कम करने के लिए इस समस्या को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में सूत्रबद्ध कीजिए ।

32. थैले I में 4 लाल और 3 काली गेंदें हैं और थैले II में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं । दोनों थैलों में से यादृच्छया एक को चुना जाता है और उसमें से एक गेंद निकाली जाती है, जो कि लाल पाई जाती है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि गेंद थैले II से निकाली गई है ।

अथवा

ताश के 52 पत्तों की एक भली-भाँति फेंटी गई गड्डी में से दो पत्ते उत्तरोत्तर बिना प्रतिस्थापना के निकाले जाते हैं । इक्कों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । अतः बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए ।





28. If  $y = \tan^{-1} \left( \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2} \right)$ ,  $-\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$ , then find  $\frac{dy}{dx}$  and  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

**OR**

If  $y = (\tan^{-1} x)^2$ , then show that  $(x^2 + 1)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} = 2$ .

29. Find :

$$\int \frac{x}{(x-1)^2(x+2)} dx$$

30. Solve the following differential equation :

$$x \cos \left( \frac{y}{x} \right) \frac{dy}{dx} = y \cos \left( \frac{y}{x} \right) + x$$

31. A dietician wishes to mix two types of foods in such a way that vitamin contents of the mixture contain at least 8 units of vitamin A and 10 units of vitamin C. Food I contains 2 units/kg of vitamin A and 1 unit/kg of vitamin C. Food II contains 1 unit/kg of vitamin A and 2 units/kg of vitamin C. It costs ₹ 50 per kg to purchase Food I and ₹ 70 per kg to purchase Food II. Formulate this problem as a Linear Programming Problem for minimising the cost of such a mixture.

32. Bag I contains 4 red and 3 black balls. Bag II contains 3 red and 5 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from the bag, which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from Bag II.

**OR**

Two cards are drawn successively without replacement from a well-shuffled pack of 52 cards. Find the probability distribution of the number of aces and hence find its mean.



## खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं ।

33. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$  के लिए, दर्शाइए कि

$$A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0. \text{ अतः } A^{-1} \text{ ज्ञात कीजिए ।}$$

अथवा

सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग से निम्नलिखित को  $x$  के लिए हल कीजिए :

$$\begin{vmatrix} x+3 & x+7 & x-1 \\ x+7 & x-1 & x+3 \\ x-1 & x+3 & x+7 \end{vmatrix} = 0$$

34. दर्शाइए कि एक दिए गए अचर वृत्त के अंतर्गत सभी आयतों में वर्ग का क्षेत्रफल उच्चतम होता है ।

अथवा

अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें  $f(x) = \sin x + \cos x$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$ , निरंतर वर्धमान या निरंतर हासमान है ।

35. समाकलन के प्रयोग से उस त्रिभुजाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष  $(2, 0)$ ,  $(4, 5)$  तथा  $(1, 4)$  हैं ।

36. रेखा  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{5} = \frac{z-4}{4}$  को अंतर्विष्ट करने वाले उस समतल का कार्तीय तथा सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु  $(3, 2, 0)$  से होकर जाता है ।



## SECTION D

Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.

33. For the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ ,

show that  $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0$ . Hence, find  $A^{-1}$ .

**OR**

Using the properties of determinants, solve the following for  $x$  :

$$\begin{vmatrix} x+3 & x+7 & x-1 \\ x+7 & x-1 & x+3 \\ x-1 & x+3 & x+7 \end{vmatrix} = 0$$

34. Show that of all the rectangles inscribed in a given fixed circle, the square has maximum area.

**OR**

Find the intervals in which the function  $f$  given by

$f(x) = \sin x + \cos x$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$  is strictly increasing or strictly decreasing.

35. Using integration, find the area of triangular region whose vertices are  $(2, 0)$ ,  $(4, 5)$  and  $(1, 4)$ .

36. Find the cartesian and the vector equation of a plane which passes through the point  $(3, 2, 0)$  and contains the line  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{5} = \frac{z-4}{4}$ .